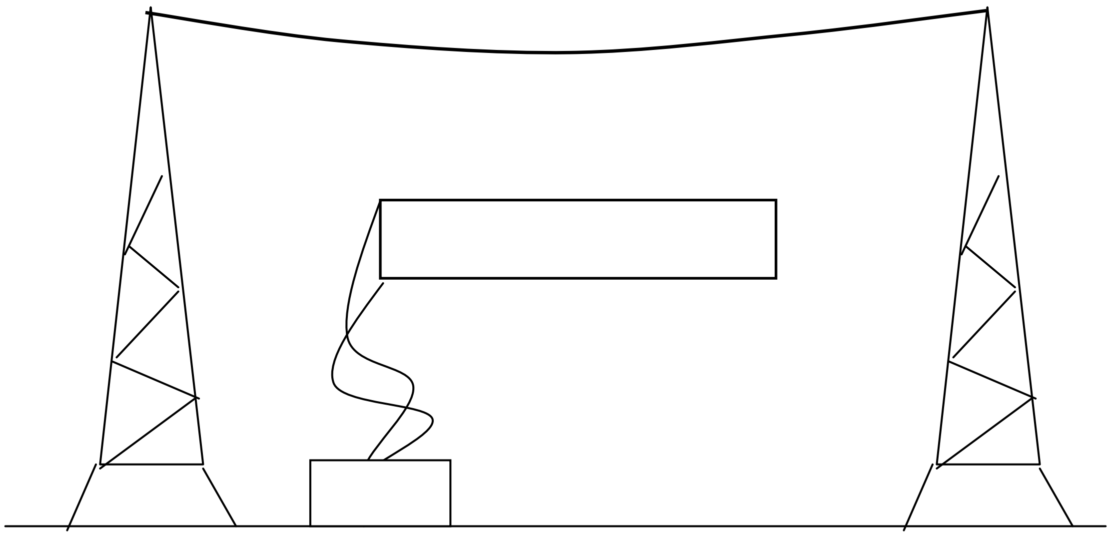
Indukzioa

Aitor Martin
Unai Martinez

EO31
Ingeniaritzaren Oinarri Fisikoak 2007-2008

Txosten honetan zehar “IIT industria elektronika eta elektrizitatea” espezialitateetako “Ingeniaritzaren oinarri fisikoak” arloko ondorengo ariketa erantzuten joango gara pausuz pausu.

Baserritar bizkor bat harrapatua izan da korronte elektrikoa lapurtzen bere lurretatik igarotzen den tentsio handiko harietatik. Harien korronte alternoa $I=I_0 \sin\omega t$ modukoa zen. Bere helburua lortzeko, irudian adierazten den bezalako dispositiboa erabiltzen zuen. Zein da lorturiko indar-elektroeragilea?



Lan honetan indukzio magnetikoari buruz arituko gara. Korronte altuko kable baten azpian baserritar batek espira bat jarri duela esaten digute eta bertan korronte bat lortzen duela, hau indukzioaren ondorioz eman da eta zergatik eman den aztertuko dugu.

Azterketa hau hasteko suposaketa batzuk egin behar izango ditugu datuen ebazpena errazago eginez.

Honela lehen suposaketa tentsio altudun kablea guztiz zuzena dela suposa behar dugu, berak sortzen duen eremu magnetikoa konstantea izan dadin, gainera infinitua dela ere suposatuko dugu, esandakoa guztiz betetzeko. Beste alde batetik ere baserritarrak jarritako espira laukizuzen perfektua dela pentsa beharra dago, a eta b alde ezberdinak izanik. Eta azkenik espira honek sortzen duen planoa lurrarekin bertikalean dugula suposa behar dugu eta berau kablearen azpi azpian dagoela ere bai. Honela bada azterketarekin hasi gaitezke.

Kableak $I = I_0 \cdot \sin(\omega t)$ korrontea daukanez denborarekin aldakorra den korronte bat izango dugu bertan. Nahiz eta aldakorra ez izan ere korronte honek bere inguruan B eremu magnetiko bat sortuko du.

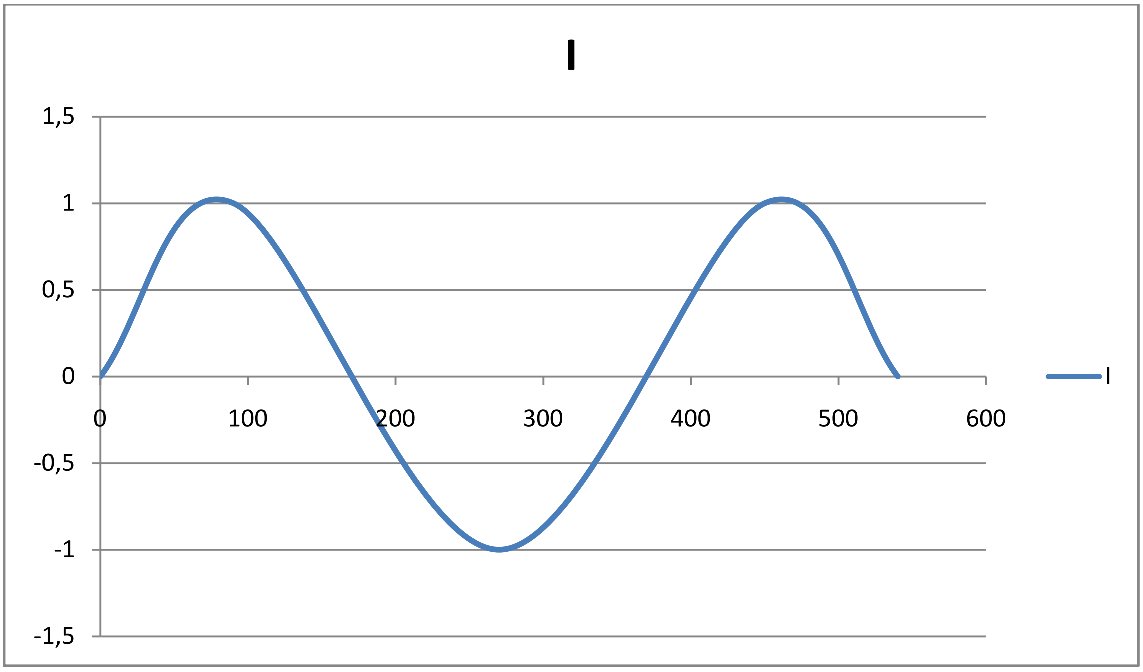
$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$$

Orain aldakortasuna kontuan hartzen badugu argi dago B eremua aldakorra izango dela korrontea aldatzen joango delako. Ondorioz azpian dugun espirak definitzen duen azaleraren zeharkako fluxua aldakorra izango da, bertatik denborarekin pasatzen diren eremu lerroen kopurua ezberdina izango dugu.

Aldakortasun hau ematen denean Faraday-Lenz-en legeari jarraituta argi dago espira horretan zehar indar elektroeragile bat induzituko dela, hau dela medio baserritar honek korronte bat lortzen du espira horretan.

Orain aztertu beharra dagoena lortuko duen korrontea zelakoa den da. Esan bezala kable nagusitik noranzkoz aldatzen den korrontea badago honek sorturiko eremu magnetikoa bere inguruan aldez ere aldatuko da, beraz espiaren zeharreko fluxua ere noranzkoz aldatzen ibiliko da. Honen ondorioz espiratik zeharreko korrontea ere aldakorra izango da.

Ondorengo grafikoan ikusiko dugu zer gertatzen den espiran induzitzen den indar elektroeragilean:



Grafikoa bi atal ezberdinetan bananduko dugu, alde batetik funtzioa igotzen doanean eta bestea jaisten doanean.

Azaldu beharra dago gure suposaketetan korrontearen balio positiboak korrontearen noranzkoa ezkerretara denean hartu dugula eta negatiboak eskumatara.

Hau esanda korronte positiboko aldean eskumako eskuaren araua jarraituta kableak sorturiko eremua espiraren zehar kanporanzkoa izango zen eta korrontea negatiboa denean, arrazoi berdinagatik, barruranzkoa litzake eremu magnetikoa.

Honela dugularik korrontea $-I_0$ denean eta I_0 baliora doanean bi atal ditugu non korrontea noranzkoz aldatzen den. Korrontea negatibo den bitartean bere balioa txikitzen joango da beraz sorturiko eremua txikitzen joango da barruranzko noranzkoan, hau horrela delarik espiran dugun indar elektroeragilea eskumatara bideratuta izango dugu honela sorturiko korronte induzitu honekin gutxiagora doan eremu horren aldera joanez. Bigarren zatian sartuta korrontea positiboa denean kableak kanporanzko eremua gero eta handiagoa egiten joango zen beraz indar elektroeragileak sortuko zuen eremu magnetikoa honen aurka egingo zuen berau espiran eskumatara eginez. Beraz ikusi dugu nahiz eta korrontea balioz aldatu eta noranzkoz induzituko den korrontea alde berdinera bideratuta egongo da. Eta hau korronte nagusia beheranzkoa denean berdina izango da baina induzituko korrontea beste aldera eginez.

Beraz hau esanda induzituko dugun korrontea balioz aldatu egingo da nagusiko korrontea maximotik minimora joaten hasten den momentuan edota minimotik maximora doanean.

Hau guztia esan ondoren induzituko den korrontea handiagoa egingo duten faktore batzuk azaltzea ondo egongo zen.

Argi dago korronte nagusiaren balio maximoa handiago egiten bada sortzen duen eremu magnetikoa intentsuagoa izango da eta ondorioz indar elektroeragile handiago bat sortuko dugu.

Beste alde batetik ere indar elektroeragilea fluxuaren aldaketa denboran zehar bada fluxuaren aldaketa hau handiago egiten badugu iee handiagoa izango da. Lehen esan dugu fluxuaren aldaketa hau korronte nagusiko maximo eta minimoetan emango dela beraz hauek hurbilduz aldaketak denbora gutxiagoan emango ziren, guk nahi dugun efektua, edo berdina dena intentsitate nagusiko frekuentzia igotzea.

Behin suposaketa, fenomeno eta faktoreak aztertuta matematikoki induzituko den korrontea zein den lortuko dugu:

$$\phi = \int \vec{B} \cdot \overrightarrow{ds} = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \cdot b \cdot \overrightarrow{dx} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} \cdot b \cdot \int_d^{d+a} \frac{1}{x} \cdot dx$$

$$\phi = \frac{\mu_0 I_0 \sin(\omega t)}{2\pi} \cdot b \cdot (\ln(d+a) - \ln d)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\frac{\mu_0 I_0 \sin(\omega t)}{2\pi} \cdot b \cdot \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)}{dt}$$

$$\varepsilon = -\frac{\mu_0 I_0 \omega \cos(\omega t)}{2\pi} \cdot b \cdot \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$$

Lortutako formulan ikus dezakegu egindako suposaketak zelan zuzenak izan diren. Alde batetik ω aldagaia agertzen zaigu, aldagai honen barnean frekuentzia agertzen delarik $\omega = 2\pi f$ beraz bertan ikusten da frekuentzia iee-rekiko zuzenki proportzionala dela, berau igotzean iee igoz.

Beste alde batetik ere I_0 badugu, hau ere zuzenki proportzionala delarik. Eta azkenik aipatu dugu induzituko den iee-ren balioa korronte nagusiaren maximo eta minimoetan aldatuko zela, 90ºko desfase bat dutela batak bestearekin berdina esaten ibiliko ginateke eta hor dugu $\cos(\omega t)$ non korronte nagusiaren $\sin(\omega t)$-rekin 90º desfasatuta dagoen.

Hau guztia esan ondoren gelditzen zaigun bakarra lortutako ekuazioa dimentsionalki homogeneoa den ikustea falta zaigu.

$$V = -\frac{\frac{N}{A^2} \cdot A \cdot 2\pi \cdot Hz \cdot \cos(2\pi \cdot f)}{2\pi} \cdot m \cdot \ln\left(\frac{m+m}{m}\right)$$

$$V = -\frac{\frac{kg \cdot m}{A^2 \cdot s^2} \cdot A \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{s} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{1}{s}\right)}{2\pi} \cdot m \cdot \ln\left(\frac{m+m}{m}\right)$$

$$V = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$$

$$V = \frac{J}{C} = \frac{N \cdot m}{A \cdot s} = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$$

Ikusten denez lortutako ekuazioa dimentsionalki homogeneoa da.

Txostena bukatutzat eman baino lehen erabilitako bibliografia zein den jarriko dugu:

- ✓ “IIT industria elektronika eta elektrizitatea” espezialitateetako “Ingeniaritzaren oinarri fisikoak” arloko “Aktibitate programa”.
- ✓ Mathematica programari esker eranskineko kalkuluak egitea lortu da, beti ere Oinarri Matematikoak I-eko irakasleari eskerrak ematen dizkiogu.

ERANSKINA

Ondoren datorren atala ez dugu seminarioaren barnean sartu nahi izan baina interesgarria iruditu zaigu eta beste atal batean eranskin bezala sartu dugu.

Kable nagusiak espiran sortzen zuen indar elektroeragilea lortzeko formulan iee hau handiagoa izateko kable nagusiko aldagaiak aldatu ondoren konturatu ginen funtzioan beste aldagai batzuk ere agertzen zirela.

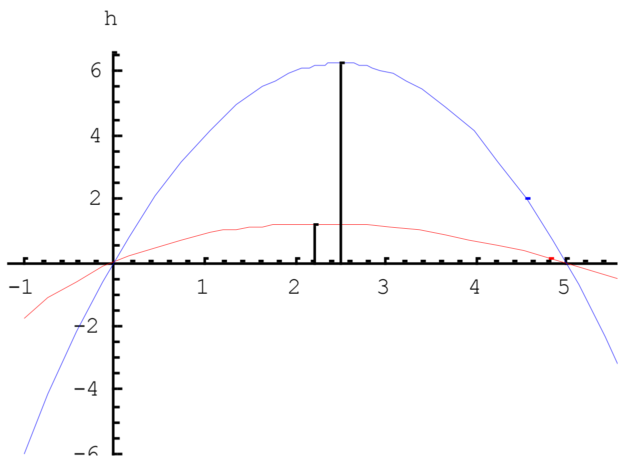
Beste aldagai hauek konturatzen bagara espirak duen formarekin zerikusia daukate eta formulan agertzen zirenez pentsatu genuen bere formak ere garrantzi handia zuela honegatik berauek aztertzen hasi ginen.

$$f(a,b) = b \cdot \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$$

Espiraren perimetro konkretu bat badaukagu beronen forma zein izan behar den aztertu dugu iee maximoa lortzeko, honela optimizazioa deritzona erabili da berau iee maximo hori lortzeko. Alde batetik argi dago azalera maximoa, eta fluxu maximoa, azalera karratu batekin lortuko zela eta logikoena azalera karratu bat jartzea izango zela. Baina esandako metodoa erabiliz zera ikusi da: “a” aldearen luzera optimoa iee maximoa izateko, karratuan hartuko zuen “b” luzera baino pixka bat txikiagoa dela.

$$x = 2a + 2b$$
$$b = \frac{x-2a}{2}$$
$$f(a) = \frac{x-2a}{2} \cdot \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$$

Aurreko funtzioko x eta d aldagaiak konstanteak izango dira eta horregatik optimizazioa aplikatzean hauei balio zehatz batzuk eman dizkiegu. Honela ondorengo grafikoa lortu dugu non urdinez azalera maximoa izateko “a”ren balioa dugun eta gorriz f(a) funtzioaren maximoa lortzeko “a”ren balioa agertzen da.



Ikusten denez azalera maximoa izateko a-ren balioa funtzioak balio maximoa izateko baino handiagoa da.

Honela argi gelditzen da iee maximoa lortzeko hobeena ahalik eta azalera maximoa izatea dela, baina beste alde batetik nahiz eta azalera maximoa ez izan oso hurbil egongo den balio batekin iee maximoa lortuko da. Beraz, dugun espiraren forma optimoa laukizuzen erakoa da baina karratu formatik asko desbideratu gabe, non laukizuzen honen alde luzeagoa kablearekin paraleloa izango den eta beste aldea txikiagoa izango dena perpendikularrean egongo da.

Honekin eranskinari amaiera ematen diogu. Baina amaitu baino lehen eskerrak eman behar dizkiogu Fernando Badiolari (Oinarri Matematikoak I irakaslea) bere laguntza barik ezin izango baikenuke optimizaziotik irtendako erantzunari zentzurik hartu eta bere lan desinteresatuari esker guri eranskin hau egiten lagundu digu, Eskerrik Asko.